

I (配点 50)

次の□にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。ただし、分数形で解答する場合は、既約分数にすること。

(1) 事象 A と事象 B が互いに排反で、 $P(A) = \frac{1}{5}$ 、 $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ を満たすとき、 $P(B) = \square{\text{ア}}$ であり、 $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \square{\text{イ}}$ である。ただし、 \bar{X} は事象 X の余事象を表すとする。

(2) 平面上における点 A が直線 $y = 2x$ 上を動くとき、点 B(3, 2)、点 C(5, 7) とすると、 $\triangle ABC$ の面積が 10 となるのは、点 A の座標が $(\square{\text{ウ}}, \square{\text{エ}})$ または、 $(\square{\text{オ}}, \square{\text{カ}})$ のときである。ただし、 $\square{\text{ウ}} < \square{\text{オ}}$ とする。

(3) 不等式 $\log_a x < \log_{a^2}(2x + 4)$ を満たす x の範囲は $\square{\text{キ}}$ である。ただし、 $a > 1$ とする。

(4) 不等式 $8^x + 4^{x+1} + 2^x - 6 < 0$ を解くと、 $\square{\text{ク}}$ となる。

(5) $\left(2x^2 - \frac{1}{x}\right)^{20}$ の展開式において、 $\frac{1}{x^{14}}$ の係数は $\square{\text{ケ}}$ である。

(6) 方程式 $\sin 3x + \sin 4x = 0$ を $0 < x < \pi$ の範囲で解くと、一番大きな解は $\square{\text{コ}}$ となり、また、方程式 $\sin x + \sin 2x = \sin 3x + \sin 4x$ を $0 < x < \pi$ の範囲で解くと、一番大きな解は $\square{\text{サ}}$ となる。

Iの解答欄（指定欄以外は採点されない。）

ア:	イ:	ウ:
エ:	オ:	カ:
キ:	ク:	ケ:
コ:	サ:	

II (配点 50)

1 辺の長さ 1 の正四面体 OABC において、辺 OA, OB, OC, AB, BC, CA の中点をそれぞれ, S, T, U, V, W, X とおく。また、点 O から平面 ABC に下した垂線の足を H とおくと、次の にあてはまる数を 解答欄に記入せよ。ただし、分数形で解答する場合は、既約分数にすること。

(1) OH の長さは ア で、正四面体の表面積は イ , 体積は ウ である。また、このとき、正四面体に内接する球の体積は エ となる。

(2) S, T, U, V, W, X を頂点とする立体の表面積は オ で、体積は カ である。また、このとき、この立体に内接する球の体積は キ となる。

(3) $\overrightarrow{ST} = \vec{t}$, $\overrightarrow{SU} = \vec{u}$, $\overrightarrow{SV} = \vec{v}$ とおくと、

$$\overrightarrow{TX} = \text{ク} \vec{t} + \text{ケ} \vec{u} + \text{コ} \vec{v},$$

$$\overrightarrow{OC} = \text{サ} \vec{t} + \text{シ} \vec{u} + \text{ス} \vec{v},$$

$$\overrightarrow{OH} = \text{セ} \vec{t} + \text{ソ} \vec{u} + \text{タ} \vec{v}$$

となる。

IIの解答欄（指定欄以外は採点されない。）

ア:	イ:	ウ:	エ:
オ:	カ:	キ:	ク:
ケ:	コ:	サ:	シ:
ス:	セ:	ソ:	タ:

III (配点 50)

次の にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。ただし、分数形で解答する場合は、既約分数にすること。

放物線 $y = x^2$ 上に 2 点 $A(-1, 1)$, $B(2, 4)$ を取る。 $0 < t < 2$ として、2 つの動点 $P(t, t^2)$, $Q(t-1, (t-1)^2)$ もその放物線上に取る。

直線 AP は傾きが ア , y 切片が イ で、直線 BQ は傾きが ウ , y 切片が エ である。

直線 AP と直線 BQ の交点 R は、 t を用いると、 $(\text{オ}, \text{カ})$ と表され、その軌跡は放物線 $C: y = \text{キ} x^2 + \text{ク} x + \text{ケ}$ 上にある。

いま、線分 AR と線分 RB, および放物線 $y = x^2$ で囲まれた図形の面積を S とおくと、 $S = \text{コ} t^2 + \text{サ} t + \text{シ}$ であるから、 $t = \text{ス}$ のとき、面積 S は最小値 セ をとる。このとき、放物線 C の点 R における接線の傾きは ソ である。

IIIの解答欄（指定欄以外は採点されない。）

ア:	イ:	ウ:	エ:
オ:		カ:	
キ:	ク:	ケ:	コ:
サ:	シ:	ス:	セ:
ソ:			

IV (配点 50)

1 から 10 までの数が、同様に確からしく出るルーレットがある。いま、ルーレットを回し、1 から 4 までの数が出るとコインを 1 枚もらい、5 から 10 までの数が出るとコインを 1 枚失うゲームを繰り返し行う。

N を定数として、コインの枚数が N 枚になるか、または、コインがすべてなくなれば、ゲームを終了する。

最初にコインを k 枚持ってゲームを始め、コインが N 枚になってゲームを終了する確率を P_k として、次の にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

(1) P_k の定義より、 $P_0 = \text{ア}$, $P_N = \text{イ}$ である。

(2) k を $1 \leq k \leq N-1$ として、 P_{k-1} , P_k , P_{k+1} の間に成り立つ関係式は となる。

(3) $P_k - P_{k-1}$ を、 P_0 と P_1 および k を用いて表すと、 $P_k - P_{k-1} = \text{エ}$ ($P_1 - P_0$) となる。さらに、この漸化式を解き、 P_k を P_0 , P_1 および k を用いて表すと、

$$P_k = P_0 + \text{オ} (P_1 - P_0) \quad \dots\dots (A)$$

となる。

(4) 式(A) は $k = 0$ および $k = N$ のときも成り立つので、設問(1)の結果を使って、 P_k を k および N を用いて表すと、 $P_k = \text{カ}$ となる。

(5) N を偶数として、 $\frac{N}{2}$ 枚コインを持ってゲームを始める。コインが N 枚になってゲームを終了する確率が 10001 分の 1 以下になるのは、 N が 枚以上のときである。

必要があれば、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ を用いよ。

IV の解答欄（指定欄以外は採点されない。）

ア:	イ:
ウ:	エ:
オ:	カ:
キ:	

2010年度 一般入試B方式「数学」問題訂正

8頁 問題IV 問題文4行目

(原文)

N を定数として,

(訂正文)

N を 2以上の 定数として,