

I (50点)

次の□にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

(1) $\tan(\alpha + \beta) = \sqrt{3}$, $\tan \alpha \tan \beta = 5$ のとき, $\tan \alpha + \tan \beta =$ である。

さらに, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \pi$ ならば, $\tan \alpha =$, $\tan \beta =$ である。

(2) 関数 $y = (\log_3 x)^3 - 9(\log_{\frac{1}{3}} 3x)^2 + 42 \log_3 x$ ($3 \leq x \leq 27$) は, $x =$ のとき最大値 をとり, $x =$ のとき最小値 をとる。

(3) 平面上の $\triangle OAB$ において, $OA = 2$, $OB = 3$, $AB = \sqrt{19}$ とする。このとき, $\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$ である。辺 AB を $2:3$ に内分する点を C とするとき, $\vec{OC} =$ $\vec{OA} +$ \vec{OB} と表せる。さらに, $\vec{OP} = k\vec{OC}$ ($k \neq 0$) を満たす点 P を考えるとき, $OP^2 + AP^2 + BP^2$ は, $k =$ のときに最小値 をとる。

(4) 百の位が a , 十の位が b , 一の位が c で与えられる 3 けたの自然数の値は, $(a + b + c) +$ と表せる。1 から 5 までの数字が 1 つずつ書かれたカードが 5 枚入っている袋から, 袋に戻さず連続して 3 枚のカードを引く。最初に引いたカードに書かれている数字を百の位, 2 番目に引いたカードに書かれている数字を十の位, 最後に引いたカードに書かれている数字を一の位とする 3 けたの自然数を考える。この自然数が 3 の倍数になる確率は である。

I の解答欄 (50 点)

(1)	ア:	イ:	ウ
(2)	エ:	オ:	
	カ:	キ:	
(3)	ク:	ケ:	コ:
	サ:	シ:	
(4)	ス:	セ:	

(記入しないこと)

(1)	(2)	(3)	(4)
-----	-----	-----	-----

(計)

II (50点)

2つの放物線 $C_1: y = x^2 + 2$, $C_2: y = -2x^2 + 1$ を考える。次の にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

放物線 C_1 上の点 $(t, t^2 + 2)$ における C_1 の接線の方程式は

$$y = \boxed{\text{ア}} x + \boxed{\text{イ}}$$

である。この接線が C_2 に接するのは、 $t = \boxed{\text{ウ}}$ または $t = \boxed{\text{エ}}$ のときである。

ゆえに、 C_1 と C_2 の両方に接する直線は

$$y = \boxed{\text{オ}} x + \boxed{\text{カ}} \quad \text{と} \quad y = \boxed{\text{キ}} x + \boxed{\text{ク}}$$

である。これら2本の直線と放物線 C_1 で囲まれた部分の面積は である。

Ⅱの解答欄 (50点)

ア:

イ:

ウ:

エ:

オ:

カ:

キ:

ク:

ケ:

(記入しないこと)

--	--	--	--	--

(計)

Ⅲ (50点)

座標平面上の異なる2点 $P(a, b)$ と $Q(c, d)$ が、原点 O を中心とする半径1の円周上にあり、 $a > 0$, $b > 0$, $ad = bc$ を満たしているとする。次の□にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。ただし、**ア** から **オ** は数を記入せよ。また、**カ** から **ク** で使える文字は a と b だけとする。

- (1) 2点 $R(a, d)$ と $S(b, c)$ は、原点 O を中心とする半径 **ア** の円周上にある。
- (2) 線分 PQ の長さは **イ** である。線分 QS の長さは **ウ** である。
- (3) $\angle POS$ は **エ**° である。 $\triangle POS$ の面積は **オ** である。
- (4) 直線 QS の方程式は $y =$ **カ** $x -$ **キ** である。
- (5) 直線 QS と直線 PR の交点を T とするとき、 $\triangle PQT$ の面積は **ク** である。

Ⅲの解答欄 (50点)

(1) ア:

--

(2) イ:

--

ウ:

--

(3) エ:

--

オ:

--

(4) カ:

--

キ:

--

(5) ク:

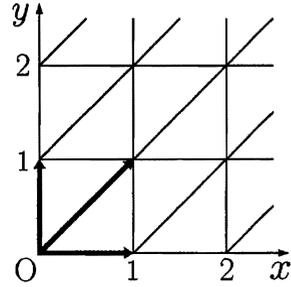
--

(記入しないこと)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(計)
-----	-----	-----	-----	-----	-----

IV (50点)

座標平面において、 x 座標も y 座標も0以上の整数値である点を格子点と呼ぶことにする。格子点の間を、長さ1の右真横方向に伸びる辺、長さ1の真上方向に伸びる辺、長さ $\sqrt{2}$ の斜め右上方向に伸びる辺で結ぶ。格子点の間を、長さ1の右真横



方向の辺に沿って右に移動することを「右移動」、長さ1の真上方向の辺に沿って上に移動することを「上移動」、長さ $\sqrt{2}$ の斜め右上方向の辺に沿って斜め右上に移動することを「斜移動」と呼ぶことにする。次の□にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。ただし、□ウ から □シ で使える文字は n と r だけとする。

- (1) 原点Oから(2, 2)へ、右移動と上移動のみを行う移動方法は □ア とおりである。右移動と上移動と斜移動のすべてを1回以上行う移動方法は □イ とおりである。
- (2) n を2以上の整数値とし、原点Oから格子点 $P(n, n)$ へ、右移動を r 回、上移動を u 回、斜移動を d 回行う移動方法を考える。 r, u, d は、すべて1以上とする。このとき、 $r+d = \squareウ$ と $u+d = \squareエ$ が成り立ち、 r は1以上 □オ 以下を満たす整数となる。したがって、 $d = \squareカ$, $u = \squareキ$, $r+u+d = \squareク$ と表される。このような移動方法において、 r 回の右移動をいつ行うかの選び方は、組合せで表すと □ケ C □コ とおりである。右移動をいつ行うかを定めたあとに残された □エ 回の移動において、 u 回の上移動をいつ行うかの選び方は、組合せで表すと □サ C □シ とおりである。
- (3) $n = 4$ のとき、右移動と上移動と斜移動をすべてを1回以上行う移動方法は □ス とおりである。

IVの解答欄 (50点)

(1)	ア:	イ:
-----	----	----

(2)	ウ:	エ:	オ:
-----	----	----	----

カ:	キ:	ク:
----	----	----

ケ:	コ:
----	----

サ:	シ:
----	----

(3)	ス:
-----	----

(記入しないこと)

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

(計)

問題冊子の訂正

6 ページ III 上から 2 行目

誤 「 $a > 0, b > 0$ 」

正 「 $a > b > 0$ 」