

2024年度 〈一般B方式〉

数学 200点満点

【問題冊子】(1～12ページ)

(注 意)

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験開始後、問題冊子のページ数(1～12ページ)を確認すること。
3. 問題冊子の各ページの余白を下書きに使用してもよい。
4. 試験時間 15:00～16:30
5. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

(下書き用紙)

I (50点)

次の□にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。ただし、(1)については、解答用紙のグラフスペースに解答せよ。

(1) O を原点とする座標平面において、不等式 $(y+x^2)(x^2+y^2-6) \leq 0$ のあらわす領域を図示せよ。

(2) 不等式 $2\log_4(1-x) < 1 + \log_2 3 - \log_2(3-x)$ を満たす x の範囲は、□アである。

(3) $\tan \frac{\theta}{2} = 3$ のとき、 $\tan \theta =$ □イ、 $\cos \theta =$ □ウ、 $\sin 2\theta =$ □エである。
□イから□エには数値を答えよ。

(4) 3次関数 $y = x^3 - 5x^2 + 3x + 2$ は、 $x =$ □オのとき極小値□カをとり、 $x =$ □キのとき極大値□クをとる。

(下書き用紙)

II (50点)

座標平面において、原点 O , $A(3,0)$, $B(3,3)$, $C(0,3)$ を頂点とする四角形 $OABC$ を考える。線分 OA および線分 CO を、それぞれ $2:1$ に内分する点を P および S とする。また、線分 AB を $k:1-k$ に内分する点を Q とし、線分 BC を $l:1-l$ に内分する点を R とする。ただし、 $k, 1-k, l, 1-l$ は、すべて正の数とする。以下の にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

- (1) \vec{OQ} と \vec{OR} を成分で表すとき、

$$\vec{OQ} = (\text{ア}, \text{イ}), \quad \vec{OR} = (\text{ウ}, \text{エ})$$

である。また、 \vec{PR} と \vec{SQ} を成分で表すとき、

$$\vec{PR} = (\text{オ}, 3), \quad \vec{SQ} = (3, \text{カ})$$

である。

- (2) 直線 PR と直線 SQ が直交するとき、 l を k で表すと $l = \text{キ}$ である。

- (3) 直線 PR と直線 SQ が直交するとき、直線 PR と直線 SQ の交点 T の座標は、 $t = 1 - 3k$ で定める t を用いて、 $T(\text{ク}, \text{ケ})$ と表せる。ただし、 t の値の範囲は である。 T が直線 $y = x$ 上の点になるのは、 $t = \text{サ}$ のときであり、そのときの四角形 $OPTS$ の面積は である。

(下書き用紙)

Ⅲ (50点)

2次関数 $f(x)$ を $f(x) = x^2 + k$ で与える。ただし、 k は定数とする。座標平面において、 $y = f(x)$ のグラフを C とする。0 以上の実数 a と正の実数 b を与えて、 x 軸上の点 $A(a, 0)$ と C 上の点 $P(a-b, f(a-b))$ を考える。以下の にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。ただし、式を答えるときに用いてよい文字は、 a 、 b 、 x とする。

- (1) 点 P で C に接する接線を l と表すとき、 l の傾きは、 ア である。 l が点 A を通るときの k を a と b で表すと、 $k =$ イ である。このとき、 l の方程式は、 $y =$ ウ である。
- (2) $k =$ イ とする。このとき、点 A を通る C の接線で、 l とは異なるものを m とする。 m と C の接点 Q の座標は (エ , オ) である。また、 m の方程式は、 $y =$ カ であり、直線 PQ の方程式は、 $y =$ キ である。
- (3) $k =$ イ とする。上の (2) で求めた直線 PQ と C で囲まれる部分の面積 S は、 $S =$ ク である。また、 l 、 m および C で囲まれる部分の面積 T は、 $T =$ ケ である。

(下書き用紙)

IV (50点)

青いさいころ1個と赤いさいころ1個を同時にふって出た目に応じて、原点を O とする座標平面上で点 A を進める以下のような試行 T を考える。

試行 T

試行前の点 A の座標を (p, q) とする。青いさいころの目を b 、赤いさいころの目を r で表すとき、点 A を $(p + (-1)^b, q + (-1)^r)$ に進める。

以下の にあてはまる数または座標を解答欄に記入せよ。分数を答える場合は、既約分数にして答えよ。

- (1) 原点 O にいる A を、試行 T を2回繰り返して進める場合を考える。1回目の試行 T が終わったときに、 A がいることができる点の座標をすべて列挙すると ア である。さらに、2回目の試行 T が終わったときに、 A がいることができる点の座標をすべて列挙すると イ である。
- (2) 原点 O にいる A を、試行 T を2回繰り返して進める場合を考える。2回目の試行 T が終わったときに、 A が原点 O にいる確率は ウ である。2回目の試行 T が終わったときに、 A が y 軸上にいる確率は エ である。また、2回目の試行 T が終わったときに、線分 OA のとりうる長さの最大値は オ であり、線分 OA の長さが カ である確率は キ である。
- (3) 原点 O にいる A を、試行 T を4回繰り返して進める場合を考える。4回目の試行 T が終わったときに、 A が原点 O にいる確率は ク である。また、1回目の試行 T が終わったときに A が第2象限にいるという条件のもとで、4回目の試行 T が終わったときに A が原点 O にいる条件付き確率は ク である。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)

(下書き用紙)