２０２６年度〈一般選抜前期〉

数学　200 点満点

【問題冊子】（1 ～ 12 ページ）

（注　意）

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開かないこと。
2. 試験開始後、問題冊子のページ数（1 ～ 12 ページ）を確認すること。
3. 各ページの余白を下書きに使用してもよい。
4. **試験時間**　15：00 ～ 16：30
5. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

(余白ページ)

I (50点)

次の $\boxed{ア}$ から $\boxed{ケ}$ にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

(1) 方程式 $(a-2)x+(2a+1)y+3a+2=0$ で表される座標平面上の直線は，実数 a の値によらず点 $(\boxed{ア}, \boxed{イ})$ を通る。

(2) 方程式 $\cos 2x = \sin 3x$ の解を $-\pi < x \leqq \pi$ の範囲ですべて求めると，$\boxed{ウ}$ である。

(3) 26^{100} は 142 桁の自然数である。したがって，$\boxed{エ} \leqq \log_{10} 26 < \boxed{エ} + 0.01$ が成り立つ。さらに，26^{88} は $\boxed{オ}$ 桁の自然数である。

(4) 初項が a で公比が r の等比数列を考える。ただし，a と r は正の実数で，r は 1 でないとする。初項から第 n 項 までの和を S_n で表すとき，$\dfrac{S_{20}}{S_{10}} - 1$ を r で表すと $\dfrac{S_{20}}{S_{10}} - 1 = \boxed{カ}$ となる。$S_{10} = 900$ で $S_{20} = 1000$ のとき，r^5 の値は $r^5 = \boxed{キ}$ である。また，$\dfrac{a}{1-r}$ の値は $\dfrac{a}{1-r} = \boxed{ク}$ である。よって，S_{15} の値は $S_{15} = \boxed{ケ}$ である。

(I の問題はここまで)

(余白ページ)

II (50点)

原点をOとする座標空間を考える。中心がOで半径が1の球面をSで表し，3点A(1,0,0)，B(0,1,0)，C(0,0,1)を考える。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$とするとき，以下の$\boxed{\text{ア}}$から$\boxed{\text{ケ}}$にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

(1) 線分OAの中点をDとし，直線CDとSの交点でCと異なる点をEとする。$\overrightarrow{\mathrm{CD}}$と$\overrightarrow{\mathrm{CE}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$を用いて表すと，$\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\boxed{\text{ア}}$，$\overrightarrow{\mathrm{CE}}=\boxed{\text{イ}}$である。

(2) $z=0$で与えられる平面上の点Fが，$\overrightarrow{\mathrm{OF}}\cdot\vec{b}>0$と$\overrightarrow{\mathrm{CD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CF}}=0$をみたしているとする。$t=\overrightarrow{\mathrm{OF}}\cdot\vec{b}$とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{CF}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$および$t$を用いて表すと，$\overrightarrow{\mathrm{CF}}=\boxed{\text{ウ}}$である。さらに，直線CFと$S$の交点でCと異なる点をGとする。$\overrightarrow{\mathrm{CG}}$を$\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$および$t$を用いて表すと，$\overrightarrow{\mathrm{CG}}=\boxed{\text{エ}}$である。$\overrightarrow{\mathrm{CG}}\cdot\vec{b}$の値が最大になるのは，$t=\boxed{\text{オ}}$のときである。$t=\boxed{\text{オ}}$をみたすときのGを，Hで表す。

(3) (1)で考えた点Eと(2)で考えた点Hに対して，平面CEHとSの共通部分として定まる円周をKで表す。Kの中心の座標は，$(\boxed{\text{カ}},\boxed{\text{キ}},\boxed{\text{ク}})$である。また，Oから平面CEHに下ろした垂線の長さは$\boxed{\text{ケ}}$である。

(IIの問題はここまで)

(余白ページ)

III (50 点)

a を正の定数とする。x の 3 次関数 $f(x) = x^3 - 3ax^2$ について，以下の $\boxed{\text{ア}}$ から $\boxed{\text{ケ}}$ にあてはまる数または式を解答欄に記入せよ。

(1) $f(x)$ の導関数は，$f'(x) = \boxed{\text{ア}}$ である。$f(x)$ は $x = \boxed{\text{イ}}$ のとき極大値 $\boxed{\text{ウ}}$ をとり，$x = \boxed{\text{エ}}$ のとき極小値 $\boxed{\text{オ}}$ をとる。

(2) 座標平面において，曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = \boxed{\text{オ}}$ の 2 つの共有点のうち，$(\boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}})$ と異なる点を A とすると，A の x 座標は $\boxed{\text{カ}}$ である。さらに，曲線 $y = f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(p, f(p))$ を，$f(p) \neq \boxed{\text{オ}}$ をみたすようにとり，点 P から直線 $y = \boxed{\text{オ}}$ に下ろした垂線 PQ を考える。線分 AQ，線分 PQ および曲線 $y = f(x)$ で囲まれる部分の面積[注] を $S(p)$ とする。この $S(p)$ を a と p を用いて表すと $S(p) = \boxed{\text{キ}}$ である。

[注] 囲まれる部分が 2 つあるときは，それらの面積の和を $S(p)$ とせよ。

(3) (2) の 3 つの点，A，P，Q を頂点とする三角形 APQ の面積を $T(p)$ とするとき，$T(p)$ を a と p を用いて表すと $T(p) = \boxed{\text{ク}}$ である。

(4) 方程式 $\dfrac{T(p)}{S(p)} = k$（k は定数）が，$f(p) \neq \boxed{\text{オ}}$ をみたす実数解 p をもつような k の最大値は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

（III の問題はここまで）

(余白ページ)

IV (50点)

青色，赤色，黄色の立方体のさいころが1つずつある。青色のさいころの各面には1から6までの自然数が1つずつ書かれている。赤色のさいころの各面には2以上13以下の素数が1つずつ書かれている。黄色のさいころの各面には1以上11以下の奇数が1つずつ書かれている。それぞれのさいころについて，どの目が出るかは同様に確からしいとする。これら3つのさいころを同時に振って出た目について，以下の $\boxed{ア}$ から $\boxed{コ}$ にあてはまる数を解答欄に記入せよ。ただし，分数を解答する場合は既約分数にして答えよ。

(1) 3つのさいころの出た目がすべて等しい確率は $\boxed{ア}$ である。また，出た目のうち2つが等しく，残りの目はそれと異なる確率は $\boxed{イ}$ である。

(2) 3つのさいころの出た目の積を考える。積が偶数である確率は $\boxed{ウ}$ である。積が素数である確率は $\boxed{エ}$ である。積として得られる素数の最大値は $\boxed{オ}$ である。

(3) 3つのさいころの出た目の和を考える。和が偶数である確率は $\boxed{カ}$ である。和が素数である確率は $\boxed{キ}$ である。和として得られる素数の最小値は $\boxed{ク}$ で，最大値は $\boxed{ケ}$ である。

(4) 3つのさいころの出た目の積が素数であるときに，出た目の和が素数である条件付き確率は $\boxed{コ}$ である。

(IVの問題はここまで)

(余白ページ)

(余白ページ)

(余白ページ)

(余白ページ)